

Brouwer's kritiek op 'het hersenschimmig alles', door prof. J. H. van den Berg

Uit: "GEDANE ZAKEN" door Prof. Dr. Jan Hendrik van den Berg, 1977

Brouwer's kritiek op 'het hersenschimmig alles'



De kritiek op *het hersenschimmig alles* is van 1907. In dat jaar verscheen het proefschrift van de nederlandse wiskundige Brouwer, aan welk proefschrift de drie woorden zijn ontleend.

Luitzen Egbertus Jan Brouwer werd op 27 februari 1881 te Overschie geboren. Hij bezocht de hogere burgerschool in Hoorn waarna het gymnasium in Haarlem, en liet zich in 1897 aan de Universiteit van Amsterdam inschrijven in de wis- en natuurkunde. In 1907 promoveerde hij *cum laude* op het proefschrift *Over de grondslagen der wiskunde*. Het jaar erop verscheen zijn opzienbarende artikel (in het *Tijdschrift voor Wijsbegeerte*) over *De onbetrouwbaarheid der logische principes*, waaruit aanstonds enkele gedachten. Vanaf 1909 was Brouwers hoogleraar aan de universiteit van Amsterdam. In 1966

overleed hij door een verkeersongeval.

Het hersenschimmig alles, daarover ging het zojuist toen ik de lezer verzocht zich voor te willen stellen wat men zegt met zo'n gemakkelijke uitdrukking als *alle gehele getallen* of *alle decimalen van π* . Wat met de simpele woorden gezegd is valt niet te overzien, ligt buiten alle bevattning, ontsnapt aan werkelijk begrip, en mag daarom met recht *hersenschimmig* genoemd worden. *Het behoeft ons niet te verwonderen*, schrijft Brouwers in zijn proefschrift (blz. 162), *dat de Cantorianen op contradicties*

stooten, en hun eigen verwondering kan alleen zijn te wijten aan begripsverwarring.

In het artikel van 1908 maakte Brouwer dit nader duidelijk met zijn voor velen ergerniswekkende kritiek op de wiskundige toepassing van het logische principe 'van de uitgesloten derde'. Van dat principe maakt ieder dagelijks gebruik. Bijvoorbeeld. Men wacht in het duister tot de regen ophoudt. Om zich ervan te vergewissen of het nog regent houdt men de hand buiten de overdekte plek waar men schuilt. Op de hand voelt men geen regen. Het is droog, luidt de conclusie. De conclusie grondt op het logische principe 'van de uitgesloten derde', het *principium tertii exclusi*, met deze inhoud dat, wanneer van twee elkaar tegensprekende vaststellingen de ene vaststelling niet waar is, de andere juist dient te zijn — *aangezien een derde mogelijkheid niet bestaat*. Het regent of het is droog. Regent het niet, dan is het droog. Want een derde mogelijkheid bestaat niet. Bevat de telefoongids van de eigen woonplaats, die elke abonnee met zes cijfers bedeeft, dit telefoonnummer: 666666? Ja of nee. Geen derde antwoord is mogelijk. Wie wil weten of het nummer 666666 inderdaad *wel of niet* voorkomt, opent de gids en volgt de kolommen nummers.

Bij het laatste begon Brouwer's kritiek op het befaamde, nooit betwijfelde logische beginsel van de uitgesloten derde. Dat wil zeggen, Brouwer aanvaardde het beginsel van de uitgesloten derde voor *eindige* verzamelingen, zoals de verzameling telefoonnummers in de telefoongids. Hij aanvaardde het gebruik van dit beginsel voor *oneindige* verzamelingen *niet*. Ziehier zijn verduidelijking, met iets andere woorden dan die men bij Brouwer vindt.

Komen in de opeenvolging van de decimalen van π zes zessen achter elkaar voor? Dat is de vraag die Brouwer zijn lezers voorlegt. Ofwel: ziet de decimale ontwikkeling van π er als volgt uit:

$\pi = 3,14159\dots666666\dots$

In dit boek vindt de lezer de tabel met de eerste tweeduizend decimalen. De opeenvolging van zes cijfers zes treft men er niet. Maar het getal π bezit, in decimale ontwikkeling, meer decimalen dan tweeduizend. Aanmerkelijk meer. *Oneindig* veel meer. Zouden de zes zessen achter elkaar eronder voorkomen? *Ja* of *nee*, zou men zeggen, een derde mogelijkheid bestaat niet. Welnu, tegen deze vaststelling heeft Brouwer onoverkomelijk bezwaar. *Het valt eenvoudig niet uit te maken*, of de zes zessen al dan niet in de ‘oneindige rij decimalen’ voorkomen, zolang men ze in de beschikbare decimalen niet ziet. De uitspraak *ja* of *nee* doet alsof de decimalen te overzien zijn. Dat zijn ze niet, en wel principieel niet. Wat buiten het overzienbare ligt: daarover zal men geen oordeel vellen. Ziedaar het *tertium datur*: het ‘derde bestaat wèl’ van Brouwer. Bij oneindigheden past het, wanneer daarover uitspraken verlangd worden, en tussen *ja* en *nee* (gezien het eindige stukje dat men van die oneindigheid heeft) geen beslissing kan vallen, te zeggen: *ik weet het niet*. Of: zolang ik de betreffende zaak niet aantref, *doe ik geen uitspraak*. Wat weet ik, eindige, van wat daar bij de zoveelste decimaal is? Wel, daar is met veel moeite nog wel achter te komen. Maar daar ‘*op oneindig*’: dat ontsnapt aan mijn greep. Dan daar ook geen oordeel, *Op oneindig*: het is beter de kreet niet te slaken. Want het is niets meer *dan een kreet*.

Het is duidelijk dat Brouwer met een gedachtengang als deze — waar geen wiskundige een speld vermocht of vermag tussen te krijgen — het *bewijs uit het ongerijmde* in de beginsel afwees, zeker wanneer daarmee ‘oneindigheid’ gemoeid was. Mocht blijken dat de onderstelling ‘in de decimalen van π komen zes zessen niet achter elkaar voor’ op ongerijmdheden stoot, dan mag daaruit toch niet worden besloten dat de zes zessen wel voorkomen. Dat wil zeggen, ook bij de kritiek op het bewijs uit het ongerijmde staat Brouwer’s bezwaar tegen de toepassing van het beginsel van de uitgesloten derde, daar waar het niet-te-overziene, ‘het oneindige’, in het geding is, voorop.

‘*Het oneindige*’

Maar wat werkelijk vooropstaat in Brouwer’s protest is zijn weigering om gemakkelijk, onnadenkend, dat is onverantwoordelijk te praten over ‘het oneindige’ — zo men niet moet zeggen dat Brouwer tegen praten in het algemeen over ‘het oneindige’ bezwaar heeft. Niemand weet, in feite, wat hij dan zegt. ‘*Het oneindige*’, direct verwant als dit woord is aan de kreet *alles*, behoort tot een even overmoedig als blind denkpatroon. Het is juist zo gemakkelijk en vals, letterlijk uitzichtloos, als het woord *Vooruitgang*, waaraan het onmiddellijk verwant is. Nu het met de *Vooruitgang* gedaan is, siert het ons de progres-sieve woorden als cultuurbedrog (volksbedrog) te ontmaskeren en af te schaffen. Ons past bescheidenheid.

We must learn a new modesty. We have stormed the heavens, but succeeded only in building fog upon fog, a mist which will not support anybody who earnestly desires to stand upon it. What is valid seems so insignificant that it may be seriously doubted whether analysis is at all possible.

‘Whether analysis is at all possible’, schrijft Hermann Weyl. *Analysis*, daarmee is ook de infinitesimalrekening bedoeld. Wilde Brouwer het fundament wegtrekken onder de fluxierekening van Newton en Leibniz? In deze zin zeker: daar waar de infinitesimalrekening beroep doet op oneindigheden — oneindig kleine getallen, oneindige hoeveelheden — of begrip vraagt voor zo iets als ‘toenemen in grootte tot in het oneindige’, welk begrip niemand opbrengt, gebod Brouwer halt. Gevolg is dat hij afwees wat uit redeneringen, voorzien van het woord ‘oneindig’, voortkwam. Niet slechts de infinitesimalrekening, met haar niet te controleren *sprong*, maar ook de leer van de reeksontwikkelingen achtte Brouwer, op die grond, voor een groot deel onjuist. Zijn voorstel was al die wiskunde, die tussen 1600 en 1900, vooral tussen *kort voor 1700* en *omstreeks 1900*, met het beroep op ‘het hersenschimmig alles’, met dat beroep op *het wezenloos oneindig*, aan een revisie te onderwerpen.

Het is uit met de periode 1700-1900, dat laat ook de wiskunde zien. Brouwer's proefschrift, van 1907, hoort thuis in de geestesomwenteling *omstreeks 1900*.

De vroege gevolgen van 'omstreeks 1900' in de wiskunde

En nu naderen wij tot de bespreking van het laatste gedeelte, het tijdperk na de tweede wereldoorlog, een tijdperk waarin het patroon van de ontwikkeling der wiskunde radicaal verschilt van dat van vóór de oorlog, een tijdperk waarin vooral de maatschappelijke betekenis veel meer tot het begrip van de mensheid is doorgedrongen, waardoor ook de publieke waardering voor onze ten onrechte al te vaak versmade, vermaledijde wetenschap in een luttel aantal jaren aanmerkelijk is gestegen. Dat zal wel zo zijn. Het citaat, ontleend aan het afscheidscollege, op 30 juni 1966, van de Delftse hoogleraar in de wiskunde, S. C. van Veen, geeft met zo weinig woorden zo duidelijk aan wat sedert 1945 op het gebied van de wiskunde is gebeurd, dat nadere toelichting nauwelijks nodig lijkt. Wie toch naar bijzonderheden vraagt, kan hiervan kennis nemen, dat na de tweede wereldoorlog, na 1945 bijgevolg, dat is in de periode tussen 1945 en 1960 van de *eerste gevolgen* van de geestes-omwenteling anno 1900, de *cybernetica* is ontstaan en dat de *computer's* wiskundigen taak, eveneens ter wille van het maatschappelijk belang, voor een niet gering deel heeft overgenomen.

Over de *cybernetica* wil ik hier zwijgen, met deze verontschuldiging dat ik daaraan, in het boekje *De reflex*(1973), in soortgelijk verband aandacht schonk.

Wat de *computer* theoretisch vermag toont de bladzijde met de tweeduizend decimalen van π in één oogopslag. Ik moet niet vergeten te vermelden dat de bladzijde met de tweeduizend decimalen één bladzijde is van de vijf in hetzelfde artikel, dat daardoor niet tweeduizend maar tienduizend decimalen van π toonde. Betekenis heeft de rij niet. Kostte het de wiskundige van weleer moeite, grote intellectuele moeite, de theoretische noviteit op te sporen die hem in staat stelde het aantal decimalen van π met enkele cijfers uit te breiden, de computer doet hetzelfde in veelvoud zonder die inspanning. Van de tienduizend decimalen waren er drieduizend in tien minuten klaar. Het vreugdeloze procédé ligt op de bladzijden uitgestreken. Het resultaat is ontmoedigend. Het resultaat is lachwekkend. Een zinloze rij, die desgewenst machinaal naar believen even zinloos langer kan worden gemaakt. Als dat tot de 'maatschappelijke toepassing' behoort, wat moet men dan van de huidige maatschappij denken?

Geen theoretische noviteit van betekenis na 1945

Wat was van belang, op theoretisch gebied in de wiskunde na 1945?

Wat gebeurde, van formaat, daar

boven de boomgrens, waar de lucht ijl is en het uitzicht ver

schreef O. Bottema, oud-rector van Delft's hogeschool, en hij vervolgt, al even poëtisch:

men vindt er het kristalheldere ijs der gletsjervelden, waaruit de rivieren ontstaan die van nut kunnen zijn voor het kaas- en broodvolk in de laagvlakte.

Merkwaardige zin, vol ambivalentie. Het feit alleen dat de wiskundige zich *poëtisch uitdrukt*, is hierbij tekenend. Maar ook de inhoud is van belang. Als de wiskunde er moet zijn tot nut 'van het kaas- en broodvolk' (onverbloemde term!) valt van de wiskunde daar 'boven de boomgrens' niet zoveel, laat ons eerlijk zijn *niets* te verwachten. Nooit heeft zich een wetenschap ontplooid, die zich bekommerde om toepasbaarheid, die zich inliet met zo iets als maatschappelijk belang. Men gelooft toch niet dat dit belang valt te omschrijven? Wie met zijn wetenschap maatschappelijk belang wenst te dienen, beoefene wetenschap, zonder meer, zonder iemand of iets naar de ogen te zien. De wetenschapsman, dito-vrouw, die op toepasbaarheid mikt, wordt

een prutser. Wetenschap is niet zonder gevaren, dat toont dit boek, dat de lezer nu leest. Prutsers zullen de gevaren vergroten.

Is het gedaan met de wiskunde boven de boomgrens? Er gebeurt nog van alles daarginds. Maar is wat daar gebeurt van formaat: werkelijk belangrijk? In de litteratuur blijkt daarvan niets. Ik kan mij vergissen, want die litteratuur is ononverzienbaar. Realiseer ik mij wat gebeurde, in de wiskunde, tijdens de boven besproken tijdvakken *kort voor 1700, tussen 1733 en 1749, tussen 1781 en 1800, omstreeks 1900*, herinner ik mij al het nieuwe dat in die tijdvakken, zo dikwijls met geestdrift, met wiskundige vervoering, naar voren werd gebracht, dan herhaal ik; *niets*.

Wat ik wel vond is het volgende. De kritiek van Brouwer, die het gebouw van de wiskunde tussen 1600 en 1900 niet wilde vernietigen, maar dat gebouw tot onovermoedig formaat wenste te verkleinen, en het vooral aan een schoonmaak wilde doen onderwerpen, werd terzijde gelegd. Weliswaar is het woord *oneindig* uit het vocabulaire van de wiskundige voor zover mogelijk geschrapt. Maar Brouwer's kritiek noch zijn raad nam de wiskunde over.